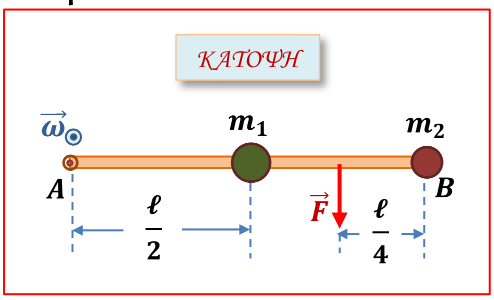
ΜΑΘΗΜΑ	*ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ*
	ΛΥΣΕΙΣ
ΤΑΞΗ	*Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ*
ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΥΛΗ:	*ΚΡΟΥΣΕΙΣ, ΣΤΕΡΕΟ, ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ, ΚΥΜΑΤΑ, ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ*

ΘΕΜΑ Α

Α.1. γ **Α.2.** γ **Α.3.** α **Α.4.** α **Α.5.** α. **Σ**, β. **Λ**, γ. **Σ**, δ. **Σ**, ε. **Λ**

ΘΕΜΑ Β

Β.1. β



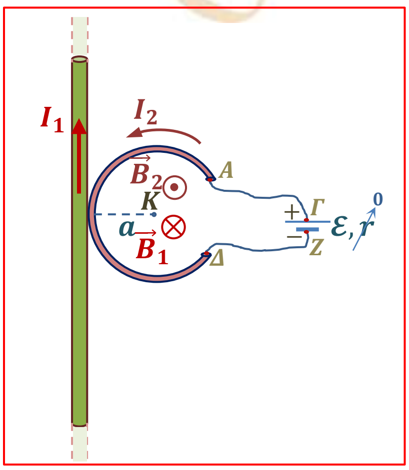
$$\left.\begin{aligned}&\frac{dL}{dt}=\Sigma\tau_{(A)}\\ &\text{όπου } \Sigma\tau_{(A)}=-F\frac{3\ell}{4}=\sigma\tau\alpha\theta.\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{\Delta L}{\Delta t}=-F\frac{3\ell}{4}\Rightarrow\frac{L_{\tau\varepsilon\lambda}-L_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}=-F\frac{3\ell}{4}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{0-\left[m_1\omega\left(\frac{\ell}{2}\right)^2+m_2\omega\ell^2\right]}{\Delta t}=-F\frac{3\ell}{4}\Rightarrow\frac{4m\omega\frac{\ell^2}{4}+m\omega\ell^2}{\Delta t}=F\frac{3\ell}{4}\Rightarrow\frac{2m\omega\ell^2}{\Delta t}=F\frac{3\ell}{4}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\boxed{\boldsymbol{F=\frac{8m\omega\ell}{3\Delta t}}}$$

Β.2. α



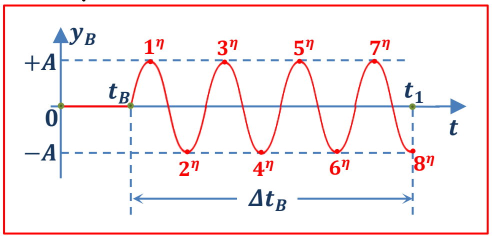
$$\vec{B}_K=\vec{0}\Rightarrow|\vec{B}_1|=|\vec{B}_2|\Rightarrow\frac{\mu_o}{4\pi}\cdot\frac{2I_1}{\alpha}=\frac{\mu_o}{4\pi}\cdot\frac{I_2}{\alpha^2}\cdot\sum_i\Delta\ell_i\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{\mu_o}{4\pi}\cdot\frac{2I_1}{\alpha}=\frac{\mu_o}{4\pi}\cdot\frac{I_2}{\alpha^2}\cdot s\Rightarrow 2I_1=\frac{I_2}{\alpha}\cdot s\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2I_1a=I_2\cdot s\Rightarrow 2I_1a=\frac{\mathcal{E}}{R}\cdot s\Rightarrow 2I_1a=\frac{\mathcal{E}}{R^*\cdot s}\cdot s\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\boxed{\boldsymbol{\mathcal{E}=2I_1R^*a}}$$

Β.3. γ



Από το διάγραμμα $y_B - t$ (απομάκρυνσης του σημείου B με το χρόνο), βλέπουμε ότι το σημείο B φτάνει για 8η φορά σε ακραία θέση ($y = \pm A$) μετά από χρόνο ταλάντωσής του ίσο με: $\Delta t_B = 3{,}75T$.

Το σημείο Γ, που ξεκινάει την ταλάντωσή του μετά το σημείο B ($\varphi_B > \varphi_\Gamma$), διανύει απόσταση A (ένα πλάτος ταλάντωσης) ανά χρονικό διάστημα $T/4$, επομένως την απόσταση $7A$ τη διάνυσε σε χρονικό διάστημα ίσο με: $\Delta t_\Gamma = 7 \cdot (T/4) \Rightarrow \Delta t_\Gamma = 1{,}75T$.

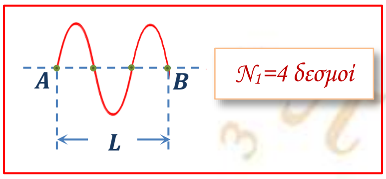
Άρα, για την ταλάντωση του σημείου B ισχύει ότι: $t_1 = t_B + \Delta t_B \Rightarrow t_1 = t_B + 3{,}75T$, ενώ για την ταλάντωση του σημείου Γ ισχύει ότι: $t_1 = t_\Gamma + \Delta t_\Gamma \Rightarrow t_1 = t_\Gamma + 1{,}75T$, όπου t_B και t_Γ οι χρονικές στιγμές εκκίνησης της ταλάντωσης των σημείων B και Γ, αντίστοιχα.

Από τα παραπάνω, ισχύει ότι: $t_B + 3{,}75T = t_\Gamma + 1{,}75T \Rightarrow t_\Gamma - t_B = 2T \Rightarrow \Delta t_{B,\Gamma} = 2T \Rightarrow$

$$\Rightarrow \upsilon_\delta \cdot \Delta t_{B,\Gamma} = 2\upsilon_\delta \cdot T \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{\Delta x_{B,\Gamma} = 2\lambda}}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1. Σχεδιάζουμε τη μορφή του σχοινιού (στιγμιότυπο) σε μια τυχαία χρονική στιγμή:



$$L = (AB) = 3\frac{\lambda_1}{2} \quad (1)$$

$$\left(\text{ή αλλιώς } L = (AB) = (N_1 - 1)\frac{\lambda_1}{2} \xRightarrow{(N_1=4)} L = 3\frac{\lambda_1}{2}\right)$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 \Rightarrow \omega_1 = 10\pi \frac{rad}{s}\text{, και } \frac{\upsilon_{max_{1\kappa}}}{\upsilon_\delta} = \frac{\omega_1 2A}{\lambda_1 f_1} \Rightarrow \pi = \frac{10\pi \cdot 0{,}1}{5\lambda_1} \Rightarrow \lambda_1 = 0{,}2\ m \quad (2)$$

$$(1) \xrightarrow{(2)} \boxed{\boldsymbol{L = 0{,}3\ m}} \text{ και}$$

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{x}{\lambda_1}\right)\eta\mu\left(2\pi\frac{t}{T_1}\right) \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{y = 0{,}1\sigma\upsilon\nu(10\pi x)\eta\mu(10\pi t)}} \ (S.I.)$$

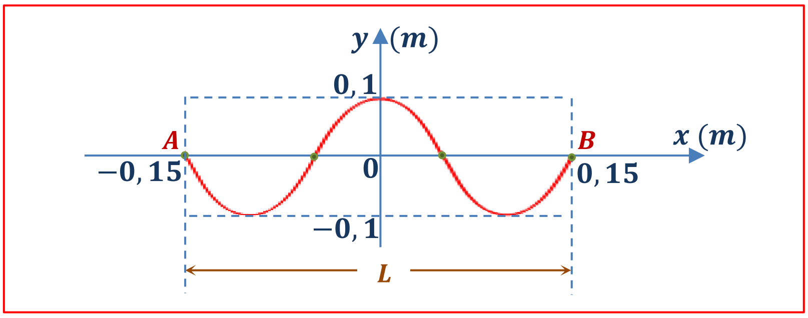
$$(\text{όπου } -0{,}15\ m \le x \le 0{,}15\ m)$$

Γ.2. Για την πηγή-κοιλία στο μέσον της χορδής ($x = 0$), τη δοθείσα χρονική στιγμή έχουμε:

$$y_O = 0{,}1 \cdot \sigma\upsilon\nu 0 \cdot \eta\mu\left(10\pi\frac{1}{20}\right) \Rightarrow y_O = 0{,}1 \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow y_O = 0{,}1\ m$$

και $v_O = 0$ (Ακραία θέση)

Η συνάρτηση είναι η εξής: $\boldsymbol{y = 0{,}1\sigma\upsilon\nu(10\pi x)}$ $(S.I.)$



Γ.3.

$$x_N = (OB) - (NB) \Rightarrow x_N = \left(0{,}15 - \frac{1}{30}\right) m \Rightarrow x_N = \left(\frac{1{,}5}{10} - \frac{1}{30}\right) m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_N = \left(\frac{4{,}5}{30} - \frac{1}{30}\right) m \Rightarrow x_N = \frac{3{,}5}{30} m \Rightarrow x_N = \frac{7}{60} m \;\; (3)$$

$$A'_N = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu(10\pi x_N) \overset{(3)}{\Rightarrow} A'_N = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(10\pi \frac{7}{60}\right) \Rightarrow A'_N = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{7\pi}{6}\right) \Rightarrow$$

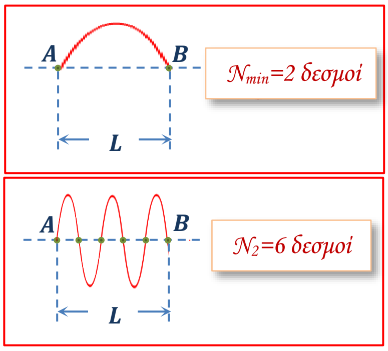
$$\Rightarrow A'_N = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow A'_N = -2A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow A'_N = -2A \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'_N = -A\sqrt{3} \;\; (4)$$

$$y_O = A'_O \cdot \eta\mu(\omega_1 t) \Rightarrow y_O = 2A \cdot \eta\mu(\omega_1 t) \Rightarrow 0{,}05 = 0{,}1 \cdot \eta\mu(\omega_1 t) \Rightarrow \eta\mu(\omega_1 t) = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta\mu(\omega_1 t) = \eta\mu\left(\frac{\pi}{6}\right) \xrightarrow{1\eta\ \varphi o\rho\acute{\alpha}} \omega_1 t = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu(\omega_1 t) = \frac{\sqrt{3}}{2} \;\; (5)$$

$$\upsilon_N = \omega_1 A'_N \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega_1 t) \xRightarrow{(4),(5)} \upsilon_N = 10\pi \cdot \left(-0{,}05\sqrt{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \; m/s \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{\upsilon_N = -\frac{3\pi}{4} \; m/s}}$$

Γ.4.



$$\upsilon_\delta = \lambda f \Rightarrow f = \frac{\upsilon_\delta}{\lambda} \xRightarrow{(\upsilon_\delta = \sigma\tau\alpha\theta.)} f_{min} = \frac{\sigma\tau\alpha\theta.}{\lambda_{max}}$$

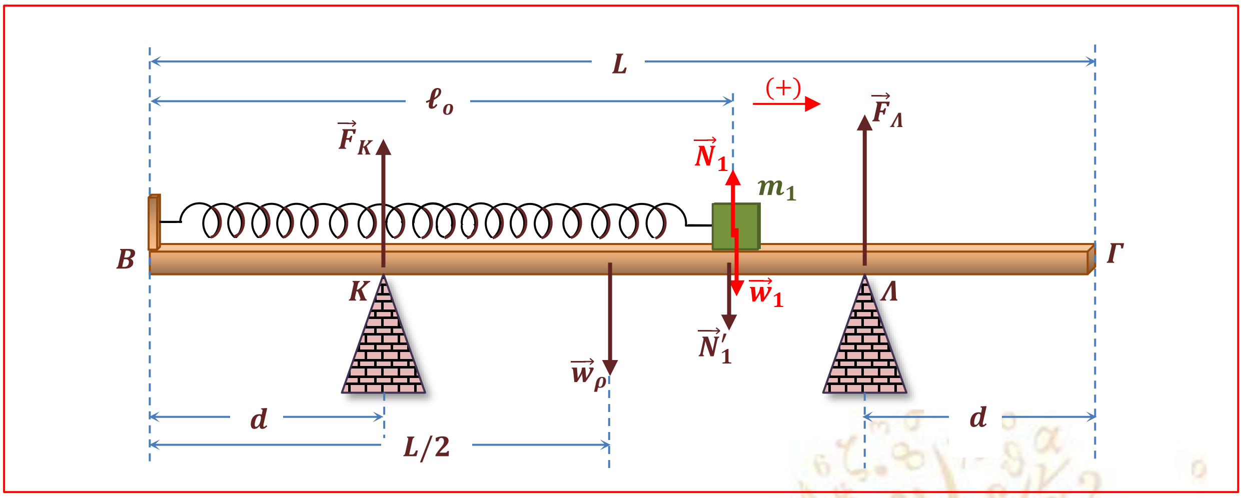
$$L = \frac{\lambda_{max}}{2} \Rightarrow \lambda_{max} = 2L \;\; (6)$$

$$L = 5\frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{2}{5}L \;\; (7)$$

$$\frac{f_{min}}{f_2} = \frac{(\upsilon_\delta/\lambda_{max})}{(\upsilon_\delta/\lambda_2)} \Rightarrow \frac{f_{min}}{f_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_{max}} \xRightarrow{(6),(7)} \frac{f_{min}}{f_2} = \frac{(2L/5)}{2L} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{\frac{f_{min}}{f_2} = \frac{1}{5}}}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1.



Ισορροπία σώματος μάζας m_1: $\Sigma F_{y_1} = 0 \Rightarrow N_1 = w_1 \Rightarrow N_1 = m_1 g \Rightarrow N_1 = 40\ N$

3ος Ν.Ν. (δράση-αντίδραση): $N_1' = N_1 \Rightarrow N_1' = 40\ N$

Ισορροπία περιστροφής ράβδου, ως προς στήριγμα K:

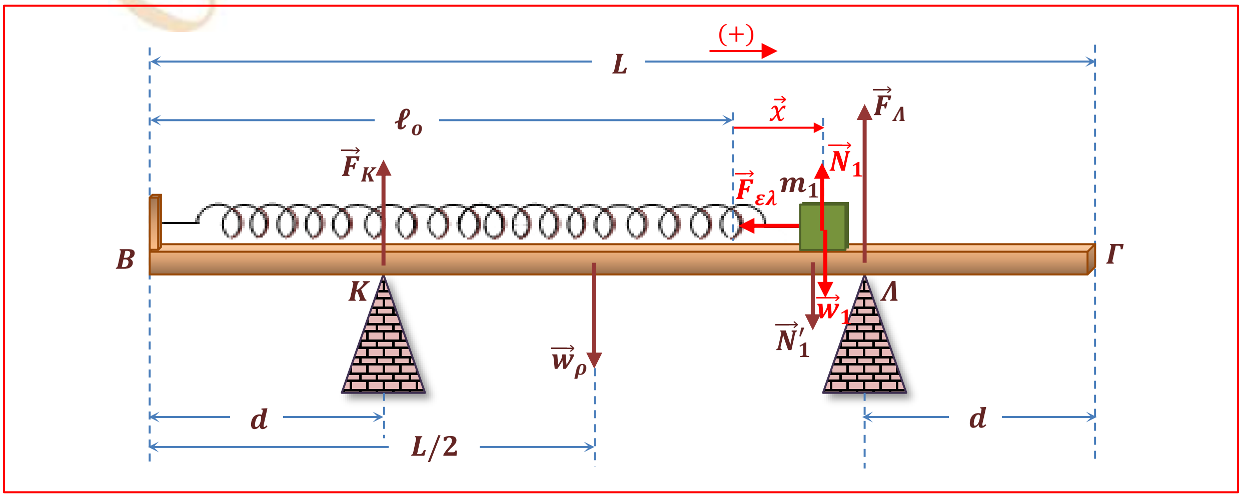
$$\Sigma\tau^{(K)} = 0 \Rightarrow \cancelto{0}{\tau_{F_K}^{(K)}} + \tau_{w_\rho}^{(K)} + \tau_{N_1'}^{(K)} + \tau_{F_\Lambda}^{(K)} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -Mg\left(\frac{L}{2} - d\right) - N_1'(\ell_o - d) + F_\Lambda(2L - d) = 0 \Rightarrow 2F_\Lambda = 80 + (40 \cdot 1{,}5) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2F_\Lambda = 140 \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{F_\Lambda = 70\ N}}$$

Ισορροπία μεταφοράς ράβδου: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_K + F_\Lambda - w_\rho - N_1' = 0 \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{F_K = 50\ N}}$

Δ.2.



Το σώμα m_1 ξεκινά Α.Α.Τ. με μηδενική ταχύτητα από την αρχική θέση ηρεμίας του, που ταυτίζεται με τη δεξιά (θετική) ακραία θέση της ταλάντωσής του, άρα σε $t = 0$:

$$x = A \Rightarrow A\eta\mu\varphi_o = A \Rightarrow \eta\mu\varphi_o = 1 \Rightarrow \eta\mu\varphi_o = \eta\mu\frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_o = \begin{Bmatrix} 2\kappa\pi + \dfrac{\pi}{2} \\ 2\kappa\pi + \pi - \dfrac{\pi}{2} \end{Bmatrix} \overset{\kappa=0}{\Longrightarrow} \varphi_o = \frac{\pi}{2} rad$$

$$\text{και } \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1600}{4}}\, rad/s \Rightarrow \omega = 20\, rad/s$$

$$\text{Επομένως: } x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o) \Rightarrow \boldsymbol{x = 0{,}5\eta\mu\left(20t + \frac{\pi}{2}\right)}\ (S.I.)\ (1)$$

<u>Ισορροπία περιστροφής ράβδου, ως προς στήριγμα K</u>:

$$\Sigma\tau^{(K)} = 0 \Rightarrow \cancelto{0}{\tau_{F_K}^{(K)}} + \tau_{w_\rho}^{(K)} + \tau_{N_1'}^{(K)} + \tau_{F_\Lambda}^{(K)} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -Mg\left(\frac{L}{2} - d\right) - N_1'(\ell_o + x - d) + F_\Lambda(2L - d) = 0 \Rightarrow 2F_\Lambda = 80 + 40(1{,}5 + x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2F_\Lambda = 140 + 40x \Rightarrow \boldsymbol{F_\Lambda = 70 + 20x}\ (2)$$

<u>Ισορροπία μεταφοράς ράβδου</u>: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_K + F_\Lambda - w_\rho - N_1' = 0 \Rightarrow \boldsymbol{F_K = 50 - 20x}\ (3)$

$$(2),(3) \longrightarrow F_\Lambda - F_K = 70 + 20x - (50 - 20x) \Rightarrow F_\Lambda - F_K = 20 + 40x \Rightarrow$$

$$\overset{(1)}{\Rightarrow} \boxed{\boldsymbol{F_\Lambda - F_K = 20 + 20\eta\mu\left(20t + \frac{\pi}{2}\right)}}\ (S.I.)$$

Δ.3. $F_\Lambda = F_K \overset{(2),(3)}{\Longrightarrow} 70 + 20x = 50 - 20x \Rightarrow 40x = -20 \Rightarrow x = -0{,}5\, m \quad \longrightarrow \quad \text{Α.Θ.}(\upsilon = 0)$

Η πλαστική κρούση γίνεται όταν η m_1 βρίσκεται στην αρνητική ακραία θέση της.

$$\underline{\text{Α.Δ.Ο.}}: \vec{p}_{o\lambda}^{(\alpha\rho\chi)} = \vec{p}_{o\lambda}^{(\tau\epsilon\lambda)} \Rightarrow -m_2\upsilon_2 = -(m_1 + m_2)V \Rightarrow 12 \cdot \frac{20}{3} = 16V \Rightarrow V = 5\, m/s$$

$$\underline{\text{Α.Δ.Ε.Τ.}}\ (\text{για } m_1 + m_2): E_T = K_T + U_T \Rightarrow \frac{1}{2}DA'^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + \frac{1}{2}Dx^2 \Rightarrow$$

$$\overset{(D=k)}{\Longrightarrow} A'^2 = \frac{(m_1 + m_2)}{k}V^2 + x^2 \Rightarrow A'^2 = \left(\frac{16}{1600}25 + \frac{25}{100}\right) m^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A'^2 = \frac{50}{100} m^2 \Rightarrow A' = \sqrt{\frac{1}{2}}\, m \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{A' = \frac{\sqrt{2}}{2} m}}$$

Δ.4.

$$K_T = U_T \Rightarrow E_T - U_T = U_T \Rightarrow E_T = 2U_T \Rightarrow \frac{1}{2}DA'^2 = 2\frac{1}{2}Dx^2 \Rightarrow x^2 = \frac{A'^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \pm\frac{A'\sqrt{2}}{2} \overset{1\eta\ \varphi o\rho\acute{\alpha}}{\Longrightarrow} x = -\frac{A'\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = -0{,}5\, m$$

$$\underline{\text{Α.Δ.Ε.Τ.}}\ (\text{για } m_1+m_2): E_T = K_T + U_T \Rightarrow \frac{1}{2}DA'^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2 + \frac{1}{2}Dx^2 \Rightarrow$$

$$\xRightarrow{(D=k)} v^2 = \frac{k}{(m_1+m_2)}(A'^2 - x^2) \Rightarrow v^2 = 25\frac{m^2}{s^2} \Rightarrow v = \pm 5\, m/s \xRightarrow{1η\ φορά} v = 5\, m/s$$

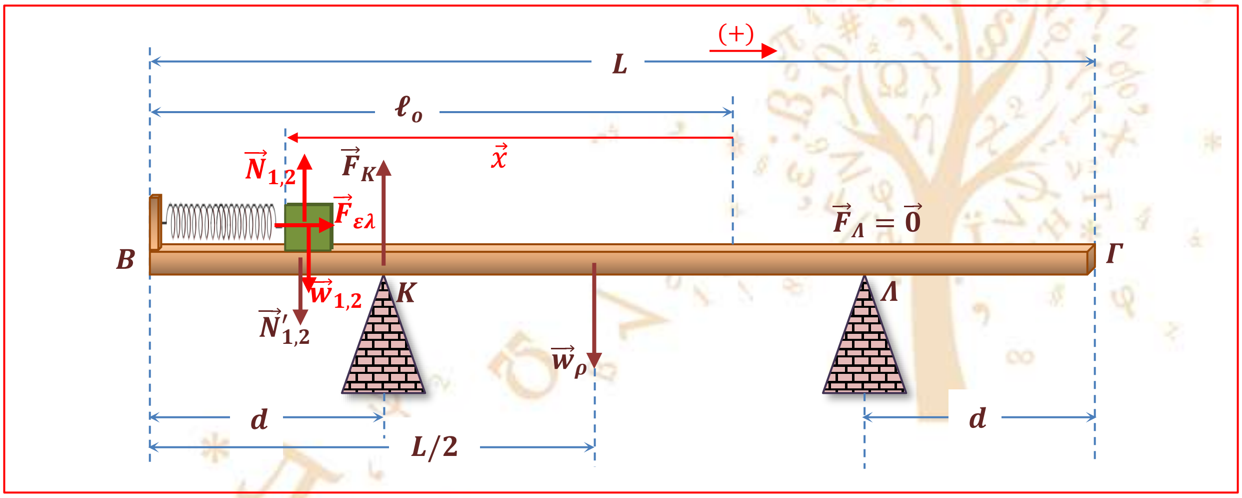
<u>Ρυθμός μεταβολής δυναμικής ενέργειας ελατηρίου</u>:

$$\frac{dU_{\varepsilon\lambda}}{dt} = \mp|F_{\varepsilon\lambda}|\cdot|v| \xRightarrow{(προσέγγιση\ στη\ θ.φ.μ.\Rightarrow U_{\varepsilon\lambda}\downarrow)} \frac{dU_{\varepsilon\lambda}}{dt} = -|F_{\varepsilon\lambda}|\cdot|v| \Rightarrow \frac{dU_{\varepsilon\lambda}}{dt} = -k\cdot|x|\cdot|v| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dU_{\varepsilon\lambda}}{dt} = -(1600\cdot 0{,}5\cdot 5)\, J/s \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{\frac{dU_{\varepsilon\lambda}}{dt} = -4000\, J/s}}$$

Δ.5.

<u>1η περίπτωση</u>



Έστω ότι το συσσωμάτωμα βρίσκεται σε μέγιστη απομάκρυνση $|\vec{x}| = A_{max}$, αριστερά του στηρίγματος στο σημείο K. Τότε, οριακά $F_\Lambda = 0$.

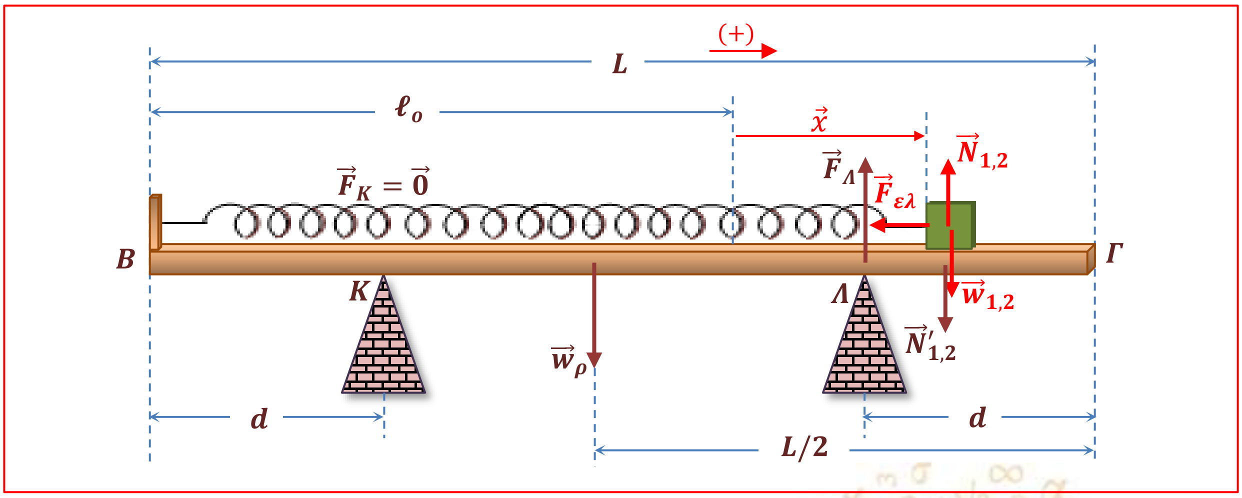
<u>Ισορροπία περιστροφής ράβδου, ως προς στήριγμα K</u>:

$$\Sigma\tau^{(K)} = 0 \Rightarrow \cancelto{0}{\tau^{(K)}_{F_K}} + \tau^{(K)}_{N'_{1,2}} + \tau^{(K)}_{w_\rho} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N'_{1,2}[d - (\ell_o - |x|)] - Mg\left(\frac{L}{2} - d\right) = 0 \xRightarrow{(N'_{1,2}=w_{1,2})} 160(-1{,}5 + |x|) = 80 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |x| - 1{,}5 = 0{,}5 \Rightarrow |x| = 2\, m \Rightarrow A_{max} = 2\, m$$

2η περίπτωση



Έστω ότι το συσσωμάτωμα βρίσκεται σε μέγιστη απομάκρυνση $|\vec{x}| = A_{max}$, δεξιά του στηρίγματος στο σημείο $Λ$. Τότε, οριακά $F_K = 0$.

Ισορροπία περιστροφής ράβδου, ως προς στήριγμα $Λ$:

$$Στ^{(Λ)} = 0 \Rightarrow \cancelto{0}{τ_{F_Λ}^{(Λ)}} + τ_{w_ρ}^{(Λ)} + τ_{N'_{1,2}}^{(Λ)} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Mg\left(\frac{L}{2} - d\right) - N'_{1,2}\{d - [L - (\ell_o + |x|)]\} = 0 \xrightarrow{(N'_{1,2} = w_{1,2})} 160(-0{,}5 + |x|) = 80 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |x| - 0{,}5 = 0{,}5 \Rightarrow |x| = 1\ m \Rightarrow A_{max} = 1\ m$$

Οι δύο αυτές περιπτώσεις συναληθεύουν στη λύση: $\boxed{\boldsymbol{A_{max} = 1\ m}}$