



ΟΜΙΛΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΒΑΘΜΟΛΟΓΗΣΗ	
Θ1	Θ2
Θ3	Θ4
ΣΥΝΟΛΟ	

**Μάθημα:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
**Επιμέλεια Θεμάτων:** ΤΟΜΕΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ ΑΞΙΑ  
**Τάξη:** Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΠΑΛ  
**Ημερομηνία:** 01/05/2024  
**Ονοματεπώνυμο:**

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Αν  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$  είναι οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$ , όπου αφορά τα άτομα ενός δείγματος  $n$ , όπου  $k, n$  μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με  $k \leq n$ .

- Να ορίσετε τη σχετική συχνότητα  $f_i$  της τιμής  $x_i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, k$ .
- Να αποδείξετε ότι:  $0 \leq f_i \leq 1$ .
- Να αποδείξετε ότι:  $f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_k = 1$ .

(Μονάδες 9)

**A2.** Πως ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας μια μεταβλητής  $X$ , αν  $\bar{x} > 0$  και πως αν  $\bar{x} < 0$ .

(Μονάδες 6)

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή και τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Μια συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διαστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε  $x_1, x_2 \in \Delta$  με  $x_1 < x_2$  ισχύει  $f(x_1) < f(x_2)$ . Σ Λ

**β)** Αν  $s$  η τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$  τότε ισχύει:

$$(\sqrt{s})' = \frac{1}{2\sqrt{s}} \quad \text{Σ Λ}$$

**γ)** Αν  $f, g$  παραγωγίσιμες συναρτήσεις τότε ισχύει:  $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$  Σ Λ

**δ)** Η συνάρτηση  $f(x) = |x|$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0 = 0$ . Σ Λ

**ε)** Ο σταθμικός μέσος είναι μέτρο θέσης. Σ Λ

(Μονάδες 10)

## ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι ώρες απουσίας από το σχολείο, των μαθητών ενός τμήματος της Γ΄ τάξης, σε μια εβδομάδα του προηγούμενου μήνα.

$i$	$x_i$	$v_i$	$N_i$	$f_i$	$F_i$	$f_i\%$	$F_i\%$	$a_i$
1	0					40		
2	2				0,70			
3	4	4						72°
4	6							

**B1.** Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιο σας και να τον συμπληρώσετε.

(Μονάδες 7)

**B2.** Να βρεθεί το πλήθος και το ποσοστό των μαθητών που είχαν τουλάχιστον 4 ώρες απουσίας.

(Μονάδες 4)

**B3.** Να κατασκευάσετε το διάγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων.

(Μονάδες 4)

**B4.** Να βρείτε τη διάμεσο των ωρών των απουσιών των μαθητών.

(Μονάδες 2)

**B5.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  και την διακύμανση  $s^2$ .

(Μονάδες 8)

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 - s \cdot x^2 + \frac{\bar{x}}{10} \cdot x + 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , όπου  $\bar{x}$  και  $s$  είναι η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων  $x_1, x_2, \dots, x_n$  μιας μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος.

**Γ1.** Αν η γραφική παράσταση της  $f$  διέρχεται από το σημείο  $A(1,1)$  και η εφαπτομένη  $\varepsilon$  στη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  στο σημείο με τετμημένη  $x_0 = 0$  σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με τον άξονα  $x'x$ , να βρείτε τις τιμές  $\bar{x}$  και  $s$ .

(Μονάδες 6)

Αν  $\bar{x} = 10$  και  $s = 2$ , τότε:

**Γ2.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης στη γραφική παράσταση της  $f$  στο σημείο  $M(0, f(0))$ .

(Μονάδες 4)

Γ3. Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1}$ .

(Μονάδες 5)

Γ4. Αν επιπλέον οι παρατηρήσεις του δείγματος ακολουθούν την κανονική κατανομή, να βρεθεί το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες του 8 και μικρότερες του 14.

(Μονάδες 4)

Γ5. Αν η συνάρτηση θέσης ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμα (πάνω στον άξονα  $x'x$ ) είναι  $x(t) = f(t)$ , όπου  $x$  μετριέται σε μέτρα και  $t$  σε δευτερόλεπτα, να βρείτε την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σώματος τη χρονική στιγμή  $t = 2 \text{ sec}$ .

(Μονάδες 6)

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση:  $f(x) = x^2 + \frac{16}{x}$

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 2)

Δ2. Να αποδείξετε ότι:  $f'(x) = \frac{2 \cdot (x^3 - 8)}{x^2}$

(Μονάδες 5)

Δ3. α) Να μελετήσετε την συνάρτηση  $f$  ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

(Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι  $2 \cdot f(\alpha) + f(\beta) \geq 36$ , για κάθε  $\alpha, \beta > 0$ .

(Μονάδες 2)

Δ4. Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 \cdot f'(x)}{\sqrt{x^2 + 5} - 3}$

(Μονάδες 6)

Δ5. Αν  $\bar{x}$ ,  $s$  είναι η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων  $x_1, x_2, \dots, x_n$  μιας μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος με  $\bar{x} = f(2)$  και  $s = \frac{1}{6} \cdot f(2)$ , να βρείτε τον μικρότερο θετικό αριθμό τον οποίο πρέπει να προσθέσουμε σε καθεμία από τις παραπάνω παρατηρήσεις, ώστε το δείγμα που θα προκύψει να είναι ομοιογενές.

(Μονάδες 4)

**Καλή Εισαχία !**